



TITLE:

同調伝達による協力行動・スパイト行動の空間ダイナミクス (第5回生物数学の理論とその応用)

AUTHOR(S):

若野, 友一郎

CITATION:

若野, 友一郎. 同調伝達による協力行動・スパイト行動の空間ダイナミクス (第5回生物数学の理論とその応用). 数理解析研究所講究録 2009, 1663: 124-129

ISSUE DATE:

2009-09

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/141005>

RIGHT:

同調伝達による協力行動・スパイト行動の空間ダイナミクス

若野友一郎

明治大学先端数理科学インスティテュート

joe@math.meiji.ac.jp

概要

多人数 2 戦略ゲームを行うプレイヤーの集団を考える。各プレイヤーは、自己の利得が低いときにより高い確率で他者の行動を模倣し（社会学習）、さらに多数派をより好む（同調伝達）と仮定する。この場合の戦略頻度のダイナミクスを、レプリケーター方程式の一般化としてモデル化する。同調伝達の効果が強いつき、どちらの戦略の固定状態も、ともに局所的に安定である。このようなプレイヤーが空間的に分布し、ゲームや学習は局所的に行われる場合に、2 戦略のどちらが優位となるかを、スカラー反応拡散方程式における等速進行波解の理論を用いて調べた。この研究を空間的公共財ゲームに応用した場合、同調が強ければ、協力がより不利となる上に、コストを払って他者のコストをさらに下げるというスパイト行動が進化することが分かった。同調伝達がなければこのような現象は見られないことから、多数派への同調は、集団全体の利得を低下させる進化的自殺を推進する可能性が示唆された。

Spatial dynamics of costly spite and cooperation by conformist transmission

Joe Yuichiro Wakano

Meiji Institute for Advanced Study of Mathematical Sciences

ABSTRACT

Consider a population of players involved in a two-strategy multi-player game. Each player copies the behavior of another player more likely when its payoff is smaller (social learning). The learning is skewed so that they tend to conform to the majority (conformist transmission). Frequency dynamics of the strategy is derived as a generalized replicator equation. When the effect of conformism is strong, the fixation to either strategy is locally stable. We study the outcome of spatial game where players randomly migrate, play a game locally and perform learning locally, based on the theory of traveling wave solution in a scalar reaction diffusion equation. By applying the result to spatial public goods game, we show not only that cooperation is less adaptive evolve under stronger conformist transmission but also that spite behavior that decreases the other players' payoff by paying cost evolves. Such spite behavior does not evolve when conformism is weak or absent. The result suggests that conformism might decrease the population average payoff and even promote evolutionary suicide.

Introduction

他者の行動を模倣する社会学習は、人間社会において広く見られる学習様式であり、文化進化を支える原動力ともなっている。社会学習において、行動 A がたとえば 70% の頻度（すなわち多数派）で観察されたとき、行動 A を 70% 以上の確率で模倣する社会学習様式を、同調伝達と呼ぶ。同調伝達は、ヒトを用いた心理学実験で広く観察されているほか、チンパンジーなどでも報告がある。同調伝達の進化的意義については、社会学習そのものの進化と合わせて、最近多くの研究がなされつつある。

本稿では、意思決定に自己の利得レベルおよび同調伝達を用いるプレイヤーの集団を考察する。プレイヤーは大人数が同時に参加するゲーム的状况に置かれていると仮定する。ゲームから得られる利得が小さいとき、プレイヤーは自己の行動を「再考」し、集団中の他者の行動を模倣（社会学習）すると仮定する。このとき、多数派に同調する効果が存在するか否かによって、戦略頻度のダイナミクスにどのような影響が存在するかを調べる。

Model and Results

基本的枠組みと、その解析

すべてのプレイヤーが同一の多人数 2 戦略ゲームをプレイしている無限集団を考える。プレイヤーの死亡や繁殖は考えず、プレイヤーは自己の利得が低いときに、他者の行動を模倣する（社会学習）と考える。この結果、集団中に占める戦略 1 の頻度 u は変化する。具体的には、プレイヤーの現在の利得が p のとき、単位時間あたり $v(p)$ の確率で社会学習を行う（ $v(p)$ は単調減少関数）。このとき、戦略 1 を模倣する確率は、頻度 u に依存する $T(u)$ という関数であると仮定する（ $T(0) = 0, T(1) = 1$ ）。微小時間 Δt 後の頻度の変化は、

$$(u \text{ の変化量}) = - (\text{戦略 1 を持ち、かつ社会学習した個体頻度}) \\ + (\text{社会学習によって新たに戦略 1 を獲得した個体頻度})$$

であるから、

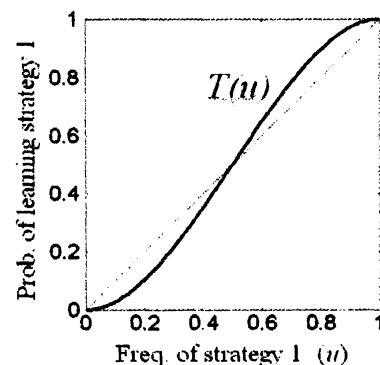
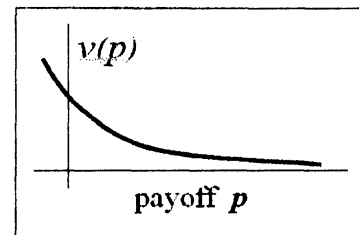
$$u(t + \Delta t) - u(t) = -(v_1 \Delta t)u + \Delta t[v_1 u + v_2(1 - u)]T(u)$$

より、戦略の頻度ダイナミクス

$$\frac{du}{dt} = F(u), \quad F(u) = v_1 u[T(u) - 1] + v_2(1 - u)T(u)$$

を得る。ただし $v_i = v(p_i(u))$ は戦略 i の学習率であり、 $p_i(u)$ は戦略 i の利得であってゲーム構造によって決まる関数である。とくに、 $T(u) = u$ のとき

$$\frac{du}{dt} = v_1 u(u - 1) + v_2(1 - u)u = u(1 - u)[v_2 - v_1]$$



となり、これは適応度が $f_i = -v_i$ のときのレプリケーター方程式と一致する。

$$F'(u) = (v_1 + v_1' u)[T(u) - 1] + v_1 u T'(u) + [-v_2 + v_2'(1-u)]T(u) + v_2(1-u)T'(u)$$

を用いて、戦略 2 の固定状態 ($u^*=0$) の局所安定性は、

$$F'(0) = -v(p_1(0)) + v(p_2(0))T'(0)$$

で決まる。 $F'(0) < 0$ のとき、 $u^*=0$ は安定である。一方、戦略 1 の固定状態 ($u^*=1$) が安定となるのは、

$$F'(1) = -v(p_2(1)) + v(p_1(1))T'(1) < 0$$

のときである。 $T(u) = u$ ならば、 $T'(0) = T'(1) = 1$ で、平衡点の局所安定性は通常の意味での ESS と一致する。しかし、 $T'(0)$ や $T'(1)$ の値が 1 より小さいとき、これは平衡点を安定化させる効果をもつ。

同調伝達は、固定状態を安定化させる。このようにして安定化した 2 つの平衡状態を、空間的につないだとき、どちらが優位となるであろうか。プレイヤーはランダムに移住 (拡散率 d) するとし、ゲームや学習は局所的に行われるとすると、次のような空間 1 次元の反応拡散モデルを得る。

$$u_t = du_{xx} + F(u) \quad (t \geq 0, x \in R) \quad (\text{RD})$$

$F(u)$ が単一の不安定内部平衡点 $u=u^*$ をもつ双安定系であるとき、標準的な仮定 (ゲーム構造および $v(p)$, $T(u)$ の関数形) の元で、初期条件

$$u(x,0) = \phi(x), \quad \phi(+\infty) < u^*, \quad \phi(-\infty) > u^*$$

からの初期値問題は、等速進行波解

$$u(x,t) = U(x-vt), \quad U(+\infty) = 0, \quad U(-\infty) = 1$$

に収束することが証明されている (Fife & McLeod, Lecture Notes in Biomathematics 26, Springer-Verlag 1979, pp.335-361)。すなわち、初期において、空間の左側で戦略 1、右側で戦略 2 が優勢のとき、やがて左側は戦略 1 ばかり、右側は戦略 2 ばかりとなり、その境界は一定の速度で移動するようになる。ここで進行波の向き、すなわち戦略 1 が戦略 2 に侵入するのか、その逆が起こるのかは、

$$\text{sgn}(v) = \int_0^1 F(u) du \quad (\text{Vel})$$

によって決まる。上式が正のとき、戦略 1 が空間ゲームの勝者となる。

公共財ゲームへの応用

戦略 1 を協力 (頻度 u)、戦略 2 を非協力 (頻度 $1-u$) と考える。公共財ゲームでは、協力戦略を取るプレイヤーは、コスト c を公共財に対して投資する。すべての投資は R 倍され、利得 $Rc (=r)$ を全プレイヤーが平等に共有する。よって利得関数は、

$$\begin{aligned} p_1(u) &= ru - c \\ p_2(u) &= ru \end{aligned} \quad (\text{Payoff})$$

となる。また、利得に応じた社会学習率を

$$v(p) = \exp(-p)$$

と仮定すると

$$v_1 = \exp(-ru + c) = C \exp(-ru)$$

$$v_2 = \exp(-ru)$$

$$C = e^c > 1$$

を得る。ここで C は、リスケールされた協力のコストであり、状況が同じならば協力者は非協力者に比べて（利得が小さいために）、 C 倍社会学習を実行する。以上のモデルを前節の結果に応用すると、

$$u=0 \text{ (全員が非協力) が安定} \Leftrightarrow C > T'(0)$$

$$u=1 \text{ (全員が協力) が安定} \Leftrightarrow C < 1/T'(1)$$

であることがわかる。同調伝達がないとき、 $T'(0) = T'(1) = 1$ なので協力平衡状態は不安定であるが、同調伝達が協力のコストに比べて強ければ、協力平衡状態が安定化する。

さらなる解析のため、以後、同調伝達関数の関数形を

$$T(u) = u + D(1-u)u(2u-1), \quad 0 \leq D \leq 1$$

と仮定する。 $T'(0) = T'(1) = 1 - D$ から、系が双安定であるための条件は

$$1 - D < C < \frac{1}{1 - D}$$

となる（左側の不等式は常になりたつ）。

$$F(u) = \exp(-ru)Q(u)$$

$$Q(u) = u(1-u)[2D(C-1)u^2 + D(3-C)u + 1 - C - D]$$

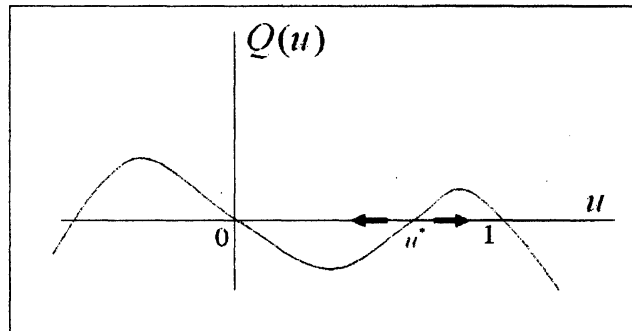
と書くと、 $Q(u)$ は4次関数なので、このとき $u=0$ と $u=1$ の間に不安定な内部平衡解 u^* がただ一つだけ存在する。協力平衡点が安定な最大の C 、つまり

$$C = \frac{1}{1-D} \text{ のとき、} u^* = 1 \text{ となり、非協力平衡点 } u=0 \text{ の Basin of Attraction は全区間となる。逆に } C = 1 + \varepsilon \text{ のとき、}$$

$$u^* = \frac{-2D + D\varepsilon + \sqrt{D^2\varepsilon^2 + 8D\varepsilon^2 + 4D^2\varepsilon + 4D^2}}{4D\varepsilon}$$

なので、 $\varepsilon \rightarrow +0$ のとき、 $u^* \rightarrow \frac{1}{2}$ 。つまり、協力平衡点 $u=1$ の Basin of Attraction は、

協力のコストが無限に小さくても、常に非協力平衡よりは実現されにくい。またこれらの結果は、公共財への投資効率 r とは無関係である。



空間公共財ゲームへの応用

公共財が局所的に共有され、学習もまた局所的に行われる場合は、モデルは (RD) 式で表される。我々が興味あるのは、等速進行波の向きである。 $r=0$ のとき、(Vel) 式は

$$\int_0^1 F(u) du - \int_0^1 Q(u) du = \frac{-1}{60(C-1)(10-D)} < 0$$

となる。すなわち系は、非協力状態が協力状態に侵入していく等速進行波解に収束する。一般の r についても積分は可能だが、非常に汚い式となる。しかし、 $r=0$ の場合の結果と、 $F(u)$ が $\exp(-ru)$ と $Q(u)$ の積であることから、次のことがわかる。

まず $r>0$ のとき、 $Q(u)$ に $\exp(-ru)$ をかけることは、 $u^* < u < 1$ の部分の影響を小さくする効果がある。すなわち、 $u=1$ に向う力を減少させる。よって、 $\int_0^1 F(u) du < 0$ となる。

つまり協力状態は非協力状態に侵入されて、最終的には全空間が非協力となる。

逆に、 $r < 0$ を考えると、 $r > 0$ の場合と逆の力が働くので、コストを乗り越えて $\int_0^1 F(u) du > 0$ となる可能性がある。とくに $r \rightarrow -\infty$ のとき、実質的に $u=1$ 近傍の $F(u)$ だけ

で積分の値が決定するので、任意の有限の C, D (ただし $C < \frac{1}{1-D}$) に対して

$$\int_0^1 F(u) du > 0 \text{ である。}$$

$r < 0$ のとき、戦略 1 を協力行動と呼ぶのはもはや適切ではない。この行動は、「コスト c (>0) を払って他者の利得を下げる行為」であり、スパイト行動である。一方戦略 2 は、何もしない戦略である。スパイト行動は、たとえばコリシン産生型大腸菌などに見られるように、その行動をすることによって競争相手の利得（繁殖や生存力）を、自分の利得よりもさらに下げることによって、結果として競争に勝利しようとする戦略である。コリシン産生型大腸菌は、当然コリシンに対する耐性を持っており、自ら作った毒で自ら苦しむことはない（毒生産のコストだけが自己の利得減少分となる）。しかしながら、本モデルにおける $r < 0$ の場合の投資行動は、(Payoff) 式からも分かるように、コストを払う上に、自己の利得も他者の利得も同じだけ減少させる。言わばコストを払って自ら毒を作り、その毒に自ら苦しむ行動となっている。このような行動は、同調伝達が存在しない場合には、決して進化しない（そもそも ESS ではない）。

Discussion

本稿では、利得に応じて社会学習を行うプレイヤーの集団を考察した。利得が低いときに社会学習率が上がり、かつ社会学習が線形に行われるならば、系の振る舞いは

$$(\text{適応度}) = - (\text{社会学習率})$$

と考えたレプリケーター方程式と一致することを示した。社会学習率は利得の減少関数なので、これはゲームの利得が個体の繁殖成功を示す場合と定性的に同じ振舞いをすることを意味する。しかし、社会学習に同調伝達の要素が入ると、系の振る舞いは2つの意味で大きく変わりうる。1つ目は、ゲームの利得行列においては安定でない固定状態（純粹戦略平衡点）が、同調の効果により安定となることである。2つ目は、このように安定化した固定状態は、たとえそれがゲームの利得行列からは考えられないような非合理的戦略であっても、もう一方の（合理的）平衡状態に比べて進化しやすい（Basin of Attraction が大きい）場合があることである。とくに空間構造があるときは、非合理的戦略が合理的戦略を採用する集団に侵入し、集団全体に広まることができる。本稿では、空間公共財ゲームをこの手法で解析した結果、残念ながら協力行動は広まることできないことが明らかとなった一方で、（非合理的）スパイト行動が広まりうることを示した。

同調伝達は、人間社会において広くみられる学習様式である。社会学習を実行する以上、そこには「集団の多数派は正しい行動をしている」という暗黙の期待が存在している。よって、社会学習において多数派の行動により同調することは、戦略頻度のダイナミクスに対して、それほど大きな影響力は持たないように感じられる。しかし実際には、本稿で示したように、同調伝達（あるいは一般的には、歪んだ社会学習）を実行する集団では、およそ非合理的な行動の伝播が促進される可能性があるのである。